第 8 次作业

2018 年 4 月 23 日

（请最迟于 2018 年 4 月 27 日上课时将纸质版答案交给本课助教。逾期本次作业计零分）

1. 资产市场中存在两个可以观测的因子 $\tilde{f}_1$ 与 $\tilde{f}_2$ 会影响资产价格。现在已知这两个因子相互独立（协方差为 0），且 $E[\tilde{f}_1]=0$，$E[\tilde{f}_2]=0.02$。假设存在以下三种资产与这两个因子有如下的关系

$$\tilde{r}_1=\alpha_1+0.5\tilde{f}_1+\tilde{f}_2$$
$$\tilde{r}_2=\alpha_2+0.4\tilde{f}_1+0.8\tilde{f}_2$$
$$\tilde{r}_3=\alpha_3+0.8\tilde{f}_1+0.4\tilde{f}_2$$

其中 α_1、α_2 与 α_3 暂时未知。无风险利率 r_f=0.02。因子组合 1 与 2 的期望回报都为 0.04。

（**a**）请利用 APT 的结论，计算在资产市场不存在套利机会时，三种资产的期望回报率分别是多少。

（**b**）请在不利用 APT 结论的前提下，仿照 APT 的推导过程，计算资产市场不存在套利机会时三种资产的期望回报率。

2. 我们知道欧式买入期权的支付为 $max(S_T-K,0)$。其中 K 为行权价格。用一个行权价为 K-ε 的欧式买入期权的多头，一个行权价为 K+ε 的欧式买入期权的多头，以及两个行权价为 K 的欧式买入期权的空头可以构造出蝶式差价（butterfly spread）。请推导蝶式差价的支付函数。如果前面的欧式买入期权全部换成欧式卖出期权，蝶式差价的支付函数又是怎样的？

3. 在一个单期二叉树模型中存在股票和债券两种资产。股票 0 时刻的价格为 100 元。在 1 时刻，股票价格有 2/3 的概率上升到 200 元，1/3 的概率下降到 50 元。无风险债券 0 时刻的价格为 80 元，1 时刻确定性地为 100 元。请分别用这一讲介绍的三种方法，计算 1 时刻到期的，行权价格为 110 元的欧式卖出期权的 0 时刻价格。