

第 6 次作业

2018 年 4 月 2 日

(请最迟于 2018 年 4 月 9 日上课时将纸质版答案交给本课助教。逾期本次作业计零分)

1. 假设投资者的效用函数为

$$\frac{c_1^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \delta E \left[\frac{c_2^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} \right]$$

其中的 c_1 与 c_2 分别为投资者在 1 期和 2 期的消费量。投资者在 1 期期初拥有初始财富 $w_0=10$ 。初始财富在 1 期消费后的剩余部分做为储蓄，可以投资在无风险资产和一种风险资产上。已知无风险利率为 $r_f=0.05$ 。风险资产在未来的回报 r 是随机的，有 50% 的概率为 8%，50% 的概率为 4%。投资者的主观贴现因子 $\delta=0.9$ 。消费者在 2 期会将所有储蓄所得都消费掉。当 $\gamma=1$ 时，消费者 1 期和 2 期的消费量分别是多少？

2. 请判断以下各个资产市场是否完备。其中支付矩阵的（横）行代表状态，（竖）列代表资产。

(a)

$$\begin{array}{l} \text{状态1:} \\ \text{状态2:} \\ \text{状态3:} \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(b)

$$\begin{array}{l} \text{状态1:} \\ \text{状态2:} \\ \text{状态3:} \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(c) 市场中只有两支股票 a 和 b ，其 0 期价格分别为 s_a 与 s_b 。1 期有两个状态。状态 1 发生的概率为 p ，状态 2 发生的概率为 $1-p$ ($0 < p < 1$)。在状态 1 中， a 股票的价格为 $u s_a$ ， b 股票的价格为 $u^2 s_b$ 。而在 2 状态中， a 股票价格为 $d s_a$ ， b 股票的价格为 $d^2 s_b$ 。 u 与 d 是正的常数。

3. 某资产市场的 1 期支付矩阵如下

$$\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{ccc} A & B & C \\ \text{状态1:} \\ \text{状态2:} \\ \text{状态3:} \end{array} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

三种资产 A、B、C（分别对应支付矩阵的一二三列）0 期的价格分别为 1.3、1.1 和 0.6。

(a) 请检验这一资产市场是否完备。

(b) 如何用 A、B、C 三种资产构建资产组合来复制资产 $D=(3, 4, 5)^T$? D 资产 0 期的价格应该是多少?

(c) 如何用 A、B、C 三种资产来构造 3 种 Arrow 证券? 3 种 Arrow 证券 0 期的价格分别是多少?

(d) 如何用 Arrow 证券来构造资产 D? 用 Arrow 证券价格给 D 资产定出的 0 期价格是多少? 这一价格与 b 小问中的价格一致吗? 为什么?

4. 有一般均衡模型如下:

- **时间:** 模型中只有 0 期和 1 期两个时期。消费者的决策发生在 0 期。
- **状态:** 在 1 期有两个可能的状态 a 和 b , 发生的概率各为 50%。
- **资产:** 市场中有两种资产。一种是无风险在债券, 它在两个状态中都有 1 的支付。另一种是有风险的股票, 它在状态 a 中的支付为 1.5, 状态 b 中的支付为 0.5。如果用支付矩阵描述, 这个资产市场应该写成 (其中行代表状态, 第 1 列代表无风险资产, 第 2 列代表股票)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1.5 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

- **消费者:** 经济中有两个消费者。消费者 1 的即期效用函数为 $u_1(c)=\log c$; 消费者 2 的即期效用函数为 $u_2(c)=2c^{1/2}$ (相对风险厌恶系数为 1/2 的 CRRA 型效用函数)。假设两位消费者的主观贴现因子都为 1 ($\delta_1=\delta_2=1$)。消费者的两期总效用就是其两期期望即期效用之和。
- **禀赋:** 消费者 1 在 0 时期拥有 2 单位的消费品。消费者 2 在 0 时期拥有 1 单位的股票 h 和 1 单位的债券。

(a) 请求出模型中债券和股票的 0 期价格。

(b) 如果在模型中再增加一种资产。这种资产在 a 状态中支付 1 单位消费品, b 状态中支付 2 单位消费品。这种资产的 0 期价格应该是多少?

(c) 增加了 b 小问里的这种资产后, 会改变两位消费 0 期和 1 期的消费量吗? 为什么?