

第 5 次作业

2018 年 3 月 26 日

(请最迟于 2018 年 4 月 2 日上课时将纸质版答案交给本课助教。逾期本次作业计零分)

1. 在确定性条件下, 效用函数的任何单调增变换(也即保序变换)仍表示相同偏好的效用函数。然而对期望效用, 我们只能使用单调增的线性变换。请用下例验证该结论: 小明参加某知名品牌奶企赞助的竞猜节目取得优胜, 有机会获得一份鲜奶奖励。奖励有两个选项, 一个是直接取得 50 袋鲜奶, 另一个则是从抽奖箱中抽取奖励。抽奖箱有概率 $p=0.5$ 抽到 100 袋鲜奶, 或者概率 $1-p$ 抽到 10 袋鲜奶。假设小明的效用函数为:

$$\begin{cases} u(A) = 100 \\ u(B) = 10 \\ u(C) = 50 \end{cases}$$

A、B、C 分别对应 100 袋、10 袋、50 袋鲜奶的情况。

(a) 请验证在这样的初始效用函数下, 期望效用理论认为小明将选择抽奖而不是直接获得 50 袋鲜奶。

(b) 有一种线性的函数变换为 $f(x)=a+bx$, $a \geq 0, b \geq 0$ 。请验证在线性变换 f 下, 小明的选择不变, 仍会选择抽奖。

(c) 有一种非线性的函数变换为 $g(x)=\log(x)$ 。请验证在非线性变换 g 下, 小明将选择确定的 50 袋鲜奶。

2. 请估计你自己的相对风险规避系数。请汇报估计方法和结果。

3. 小明的总财富是 200 万元, 其中包含价值 150 万元的一套房产和 50 万元的现金。已知小明的房产有 1% 的可能性会发生火灾。火灾一旦发生, 小明房产的价值将从 150 万下降到 50 万。小明可以向保险公司支付保费来为自己的房产投保。房产投保后, 遭遇火灾时保险公司会向小明赔付 100 万元。假设小明的效用函数为

$$u(w) = \frac{w^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$$

请计算当 γ 等于 1、2 和 4 时, 小明分别最多愿意为他的房产付多少保费。